

Math.

NO.100
www.sugakukobo.com

100

会報2009年8月

数学工房

会報100号によせて

数学工房の会報は今号で100号を迎えます。年4回平均で25年、うかつにも会報編集を担当されている会員の指摘で始めて気付きました。思い起こしてみると、数学工房は、まさかそれが生業になるとは、思いもかけず、弾みと勢いで始めたことでした。高度な技術的な内容をどうやれば、人に伝えられるのか、その興味だけで深い考えもなく始めてしまったことを、いまだに続けています。さすがにこれだけ長くやっていると、かつて数学工房の周辺で袖振れ合った人の中には、それぞれの分野で活躍する方もいるようです。そういう風聞を耳にすると、多少の縁を持ったものとして幸福な気持ちになります。先日も、旧会員の中に、現代数学の前線で活躍している人がいる事を教えてもらいました。嬉しい話でした。

先日、講座終了後の雑談で、若い会員がこんな話をしていました。遠慮がちに何を言うのかと思ったら、最近では数学が楽しくなってきたと言うのです。学部で勉強している頃には、様々な数学の専門科目を「こんなものか」という感じで、ただ知識を蓄積していただけだったのが、数学工房で組織的に勉強しなおしているうちに、それまでバラバラで全く別物に見えたあれやこれやの思いがけないつながりが見えてきて、いよいよやる気になってきたそうです。本当に分かるということは楽しいことだということですね。ちなみに、彼は現在修士課程の数学専攻の学生で、数学科の3年生か4年生の時に初めて数学工房を訪ねてきました。こういう話を聞くと、心から数学工房をやってきてよかったと思い、あと最低10年は続けたいとも思います。数学を職業とするかどうかは別として、数学を通して認識の喜びを味わいたい。そのための努力は厭わない。数学工房は、そういう人達のために、学校ではできない稽古と修練の場をこれからも提供していきたいと思っています。

数学工房では、現代数学の基礎を[厳密]に学んでもらっています。一定の水準を越えれば、数学を専門にするわけでもなくとも、修練に応じてセンサーが発達して、素養のない状態では、「見ても見えず、きいても聞こえぬ」ものが見えるようになります。誤解をされては困るので強調したいのですが、この世界に起きてくる様々な現象を完成された非の打ち所のない数学の理論を用いて解明するというのが[数理科学]ではありません。完成した科学の言葉に乗らない神秘とも言うべき現象がいくらかでもありうるわけです。既存の科学知識に乗らない現象をありえないとして退ける、まことに理性的な(?)科学教徒というべき本末転倒の哲学者や科学者がいます。しかし数学というきわめて合理的に見える学問ですら、そのたどった道を素直に見たら、そんなことはないことがわかります。例えば複素数でさえ、16世紀に最初の姿を表して以来約200年間は神秘の中にありました。先日、多次元空間についてお話をさせてもらったときにもふれたのですが、現代数学では当然の常識であるこの概念が、ハッキリと神秘の霧の中から数学的対象として現れたのは19世紀の半ばです。それまでは見ても見えず、きいても聞こえず、さりとしてその予兆は確かに、解析幾何学と解析学の中にしばしばその美しい姿を表していたのです。今の数学の前線もまた、いまだ見えぬ神秘を見、聞き取り、形を与えるべく活動していることでしょう。

ところで、2009年秋学期の中級講座は多様体とSchwartz超関数論ですが、このような世界が、魑魅魍魎の跋扈する世界から切り離され、見事に形が与えられる、面白さ、凄さも味わってください。これらの世界が理解されるようになったのは、そう昔のことではないのです。一定の技術的訓練と合理的思考力を必要とはしますが、このような世界が垣間見えるトレッキングを今後も企画していきたいと思えます。

最後に、会報編集グループの皆さんのご助力に感謝します。会報がより魅力的な内容になるように、会員の皆様も編集グループにご協力のほどお願い申し上げます。

09年7月のおわりに 数学工房 桑野耕一



夏季集中講座と秋学期講座のご案内



夏季集中講座

■ Fibonacci 型数論の世界(数学的解析入門)

9月5・6日

- (1) Introduction 2項係数とFibonacci数
- (2) Fibonacci数からFibonacci型多項式系へ
- (3) Fibonacci型多項式の性質
- (4) この美しい性質はどこから来たのか
- (5) 単位円周の幾何学と円分多項式
- (6) Fibonacci型の分解定理

■ 数学の基本語彙と文法としての確率解析の基礎Ⅱ

8月22・23日

- (0) 確率論の枠組み(復習)
- (1) 確率変数と分布
- (2) 連続的分布と離散的な分布
- (3) 確率変数の関数
- (4) 多次元確率変数と分布
- (5) 統計量の分布

■ 楕円関数の基礎理論(代数と解析学特論)

8月29・30日

- (0) ホモトピー型積分公式、有理型関数、留数定理
- (1) 周期加群
- (2) 楕円関数 1) 2重周期関数の一般論
2) P-関数
- (3) 楕円関数体
- (4) モジュラス

■ Schwartz 超関数の理論と応用 準備の章

9月12・13日

- (1) 微積分と級数からの補充
- (2) 2乗可積分関数の空間と直交関数系
- (3) Fourierの積分公式とFourier変換
- (4) 基本的な関数空間

秋学期 M.A Schwartz 超関数の理論概論Ⅰへ続く。

時間

- 1日セミナーは、 11:00-17:00
2日間のセミナーは、1日目 14:00-18:00
2日目 11:00-17:00

料金

- | | |
|-----|----------------------------|
| 会員 | 1日セミナー ¥10,000(学生 ¥8,000) |
| | 2日セミナー ¥16,000(学生 ¥12,000) |
| 非会員 | 1日セミナー ¥15,000(学生 ¥12,000) |
| | 2日セミナー ¥20,000(学生 ¥16,000) |

秋学期講座

開講予定通常講座は、入門 I.B、I.C、I.D、I.E、I.F、
初級 E.A、S 中級 M.A、M.B の計9講座です。
なお、集中の形でGが加わります。

—入門—

- (1) I.B Fourier 解析Ⅱ
9月19日(土) 開講 14:00-16:00
- (2) I.C 可換代数Ⅱ
10月9日(金) 開講 19:00-21:00
- (3) I.D 初等線形代数と微積分Ⅱ
9月27日(日) 開講 11:00-13:00
- (4) I.E Radon-Nykodym の性質
10月2日(金) 開講 19:00-21:00
- (5) I.F 数学の基本語彙と文法
9月26日(土) 開講 17:00-19:00

—初級—

- (1) E.A 距離空間と位相Ⅱ
9月27日(日) 開講 14:00-16:30

—中級—

- (1) M.A Schwartz 超関数の基礎理論
M.Aは変則日程で、以下のスケジュールで開講します。
開講 10月4日(日) 14:00-16:00
10月18日(日) 11:00-18:00
11月15日(日) 11:00-18:00
- (2) M.B 多様体上の解析学
9月26日(土) 開講 14:00-16:00

—オプション 初級—

- (1) S. 加藤敏夫 位相解析入門との対話
9月30日(水) 開講 19:00-21:00
- (2) G Hilbert 空間上の線型作用素
集中講座 (集中セミナー扱い)
1) 9月21日(月) 11:00-17:00
2) 11月1日(日) 11:00-17:00

[備考]

各講座とも1講座 ¥30,000(税込)、学生 ¥21,000(税込)。途中参加の場合、参加回数×¥5,000+¥2,000(テキスト代・手数料)です。お支払方法については事前にお申し出があれば対応しますので御相談下さい。

なお、テキスト配布の都合上、申込みは早めをお願いします



会員からのメッセージ



田中英輝と申します。現在は「カルタンを読む」の通常講座と自主セミナー「ヒルベルト空間と量子力学」、「数理統計学」の2つに参加しています。これまでの数学工房とのお付き合いについて書かせていただきます。

○出会いとこれまで

数学工房との出会いは2003年9月にさかのぼります。仕事の関係で数学をもう一度勉強したいと思っていたとき、たまたま数学セミナーに出ていた工房の宣伝に目がとまりました。

当時は京都に単身赴任していましたので、数学工房のガイダンスに合わせて東京に戻り、先生とご相談の結果、解析教程Ⅲから受講することとしました。幸いその後3ヶ月で単身赴任は終わり、工房に通うのが楽になりました。翌年の春からは解析教程、初等線型代数と微積、線型代数、抽象位相をそれぞれ1年ずつ学んできました。この他、集中セミナーなどもいろいろと受けてきました。この中でいろいろな勉強のスタイルを経験しました。以下ではこれらを簡単にご紹介します。

○講義ノート

最初は先生の講義に参加するだけで多少復習する程度でした。それでも講義は新しく学ぶことだらけで、数学の知識がいろいろと増えていきました。しかし、講義で聞いた知識は時間がたつと忘れがちです。また、講義を聞くだけではなかなか自分の手が動くようになりません。そこで、せめてもう少し記憶を定着させたいと思い、受講した内容を手書きでまとめるようになりました。ノートを最初から最後まで見直して、何を定義として与えたか、どういう命題をどういう順序で、どういう目的で証明していったかを確認しながら清書します。また、講義中は写すだけだった数式もすべて自分で変形してみます。この作業はかなり大変で、手書きだと何度も書き直すことが必要になり、効率が上がりません。そこで、すぐにLaTeXを使うことにしました。いくつかの講義をこのような形で清書して、数学書と同じようにA5版にまとめてみました。すると、1年のコースの科目でおよそ180ページ程度になることがわかりました。これは普通の数学書に近い分量です。このような本を自分一人ではとても読めないことを考えると、理解が7割程度であったとしても、いかに先生の講義が効率的であるかが実感できました。このようなノート作りは時間があればかなり有効だと思いますし、作ったノートは復習するときにも便利です。

○勉強会

2006年には位相を取ったのですが、このときには半田さんがリーダーを引き受けてくださり、自主的な勉強会が設けられました。講義の1時間前に、工房の近くの喫茶店

(当時は淡路町の教室でした)に集まって、前の週の内容を復習しました。具体的には半田さんが概要と演習問題をまとめたプリントを配布して下さり、これに沿って各自復習し、わからない所を半田さんに質問したり、あるいは参加者で議論したりしました。さらに、全員で疑問に思ったところは先生に質問することもありました。私にとって、この勉強会は上述のノートをまとめるのにずいぶん役立ちました。このような勉強会は理解を深める上で有効だと思います。

○自主セミナー

現在は最初のご紹介した2つのセミナーに参加しています。ヒルベルト空間は桑野先生のご指導のもと、担当が黒板で担当箇所を説明します。2007年6月ごろから始めて3年目に入り、回数も30回を超えました。関数論、測度論など必要な知識が欠けているため、私には正直、難しすぎる内容でかなり苦戦しています。担当になったときの準備は大変なのですが、準備した証明をみなさんの前で発表し、間違いを指摘してもらうのは勉強になります。数理統計は2009年3月に始まったセミナーです。こちらはまだ始まったばかりですが、やはり、逸見先生のご指導のもとで、担当を決めて順番に報告していくスタイルで進めています。いずれのコースも参加者の負担が過大にならないよう、月に一度の開催で、少しずつ進めるようになっていきます。

以上、私の数学工房との出会いから現在に至るまでをご紹介しました。勉強のスタイルも講義、勉強会、自主セミナーといくつか経験しました。効率良く勉強するならば講義、深く勉強するならばセミナーでの発表というように、それぞれの良さがあると思います。これからも自分の学習の目的に応じていろいろな形で勉強したいと思います。



(田中英輝さん)



イタリアからの便り



数学工房にもご縁の深い、中央大学の諏訪先生が、在外研修で、現在、イタリアに滞在されています。当地での生活の様子について、編集部より、ご寄稿をお願いしました。なお、先生が滞在されているパドヴァは、イタリア北東部、ヴェネツィア近郊の人口約20万ほどの都市です。

「言葉を知ると世界が広がる」と書いた手前 諏訪紀幸

この4月1日から1年間、在外研修の機会を与えられ、イタリアのパドヴァ大学数学科に滞在しています。出発前の3月23日に桑野先生以下総勢6人の数学工房の方々と、数学工房駒込教室に近くの六義園で夕刻の闇に咲き誇るしだれ桜を鑑賞、その後、近く中華料理店でに壮行会と相成りました。それから早くも3ヶ月、少しばかりご報告を。

パドヴァ大学は1222年創立という、ボローニャ大学に次ぐ歴史を誇り、今でも2万人近くの学生を擁する総合大学として名門の地位を保っています。ワインやイタリア料理にということがなかったわけではありませんが、自分の研究分野である数論幾何学でパドヴァ大学数学科が独自の地歩を保っていることから、パドヴァ大学を在外研修先に希望しました。



(パドヴァの風景)

パドヴァにはクーポラが特徴的な聖アントニオ聖堂があり、そこの一角にパドヴァの聖アントニオの遺骸が納められています。散歩がてら聖アントニオ聖堂まで行きますと、参詣に訪れている多くの信者さんを目にします。ということで、パドヴァは大学都市と門前町という二つの面があり、それが融和した形で趣のある街並となっています。

数学科のある建物はアルキメデス棟 Torre Archimede とよばれています。最近の建物で旧市街の北側の境である

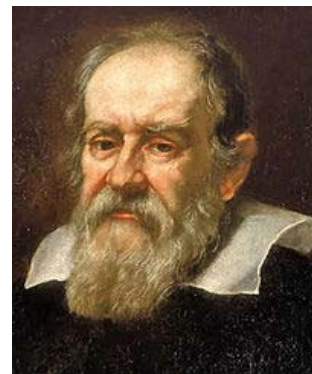
運河のほとりにあります。研究室は日本流に言えば6階に提供していただきましたが、今は運河の土手の並木の緑が濃く、外を眺めて目を休めることができます。研究に専念できる環境は非常に有難く、また、パドヴァ大学の先生方にはとても親切に対応していただき、不義理を続けていた仕事を一つ一つ片付けているところです。数学はじっくりと考える時間が必要で、効率ばかりを言い募っては数学が荒れます。パドヴァ大学の先生方も研究、教育、学内行政をどうこなすかには苦労しておられるようです。



(聖アントニオ宮殿)

さて、今年の「数学セミナー」5月号に「言葉としての数学ー数式と記号は正確に」と題する一文を呈しました。数学工房で言えば「数学の基本語彙と文法」の大切さを説明した文章ですが、最後に「言葉を知ると世界が広がる」と見得を切りました。こちらでは先生方とのやり取りは英語で済みますが、日常生活は当然イタリア語です。言葉が出来ればすぐに済ませられる用事でも2日がかかりになることがあります。しかし、少ない語彙を駆使して用件が済ませられた時は、傍目から見ればしようのないことでも、充実感があります。

イタリアは数学工房塾頭の桑野先生にも因縁浅からぬ所ようです。そんなところにも巡り合わせを感じながら、日々を過ごしています。



(パドヴァ大学で教鞭をとっていたガリレオ・ガリレイ)



入門桑野道場(第11回)

/// 記 桑野道場師範代 半田伊久太///



ご挨拶が遅れて申し訳ありません、桑野道場、師範代の半田といいます。「数学工房」の前身である「数学おちこぼれセミナー」に参加するようになってから合わせて20数年たちました。このたび、縁あってこのようなことをさせていただくことになりました。皆さん、どうぞよろしくお願ひします。



(桑野道場師範代 半田伊久太さん)

前回の問題

ユークリッド空間 \mathbb{R}^n の空でない部分集合 A, B について

$$d(A, B) = \inf\{\|x - y\|; x \in A, y \in B\}$$

と定義する。

ただし、 $x = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) \in \mathbb{R}^n$ に対して、

$$\|x\| = \sqrt{\sum_{j=1}^n \xi_j^2}$$
 のこととする。

1. A が有界閉集合でかつ B は閉集合とする。このとき $\exists a \in A, \exists b \in B, s.t. \|a - b\| = d(A, B)$ を示せ。
2. 1. より条件を弱くして A が閉集合でかつ B は閉集合とする。このとき (*) は必ずしも成立しない。 \mathbb{R}^2 で例をあげよ。

なお、1. では Weierstraß-Bolzano の定理「 \mathbb{R}^n の有界閉集合 K 上の点列は K の点に収束する部分点列をもつ」を用いてよい。

略解

細かい証明を全部書くとむしろ証明の筋が見えにくくなると思うので略解とします。

1. $\rho := d(A, B)$ とおくと ρ の定義より

$$\forall n \in \mathbb{N}, \exists a_n, \exists b_n \in B, s.t. \|a_n - b_n\| < \rho + 1/n$$

$\{a_n\}$ は有界閉集合 A 上の点列であるので、Weierstraß-Bolzano の定理から A 内の点に収束する部分点列をもつ。始めから $\{a_n\}$ を収束列として $\exists a \in A s.t. a_n \rightarrow a (n \rightarrow \infty)$ としてよい。

また $\{a_n\}$ は収束列より

$$\exists M > 0 s.t. \|a_n - a\| < M \text{ for } \forall n \in \mathbb{N}.$$

したがって、 $R := M + \rho + 1$ とおくと

$$b_n \in B_R^-(a) (\forall n \in \mathbb{N}) \text{ である。}$$

ただし、 $B_R^-(a) = \{x \in \mathbb{R}^n; \|x - a\| \leq R\}$ 。

実際、任意の $n \in \mathbb{N}$ に対して

$$\|b_n - a\| \leq \|b_n - a_n\| + \|a_n - a\| < \rho + 1/n + M \leq \rho + 1 + M = R.$$

したがって $\{b_n\}$ は有界閉集合 $B \cap B_R^-(a)$ の点列。

$\{b_n\}$ を始めから収束列とし、前と同様にして、

$$\exists b \in B s.t. b_n \rightarrow b (n \rightarrow \infty). \forall n \in \mathbb{N} \text{ に対して, } \rho \leq \|a - b\| \leq \|a - a_n\| + \|a_n - b_n\| + \|b_n - b\| < \|a - a_n\| + \|b_n - b\| + \rho + 1/n. n \rightarrow \infty \text{ として } \|a - b\| \leq \rho \text{ を得る。即ち (*) が言えた。}$$

2. $A := \{(t, 0) \in \mathbb{R}^2 | t \in \mathbb{R}\}, B := \{(t, \frac{1}{1+t^2}) | t \in \mathbb{R}\}$ とする。即ち、 A は x 軸、 B は $f(t) = \frac{1}{1+t^2}$ のグラフ。このとき A, B は \mathbb{R}^2 の閉集合で $\rho := d(A, B) = 0$ であり、 $\forall a \in A, \forall b \in B$ に対して $\|a - b\| > 0$ であることは容易に確認できる。

解説

Web で見つけた問題です。元の問題は設問が細かく分かれていて問題 1. にリードしてくれていました。この問題を見たとき両方とも閉集合で成立すると思って証明を考えたがうまくいかず、反例を考えたらすぐ見つかったので出題しました。

Weierstraß-Bolzano の定理を 2 回用いれば問題 1. ができることは比較的容易なのではと思います。

また問題 2. の反例としては、例えば $d(A, B) = 0$ かつ $A \cap B = \emptyset$ となる \mathbb{R}^2 の閉集合 A, B をもってあげればいわけです。

今回の問題

以下のことを示せ。

1. l, m, n を整数、 $l, m, n \neq 0$ とする。このとき、

$$l + m + n = 0 \Rightarrow \frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \notin \mathbb{Z}$$

2. a, b, c を相異なる整数とする。このとき、

$$P(a) = b, P(b) = c, P(c) = a$$

を満たす整数係数多項式 $P(x)$ は存在しない。

問題について一言

問題 2. は桑野先生が見つけた問題です(数学オリンピックの問題)。私のもっている解答は問題 1. を用いて問題 2. を満たす多項式があったとしたら整数係数にならないことを示すものです。解法は特に問いませんので解答をお寄せください。

宛先と締切

宛先 kuwanodojo@googlegroups.com

(郵送の場合は数学工房のオフィスにお送りください)

締切 2009年10月31日(土)

ガイダンス・小講義のお知らせ

9月22日(火、祝)

第I部 : ガイダンス 14:00 - 15:00
第II部 : 小講義 15:30 - 17:20

小講義終了後、教室近くの「トラツリア・イタリア」にて懇親会を開催いたします。
懇親会の会費は5,000円程度の予定です。
定員に限りがありますので、参加をご希望の方はお早めにお申し込みください。
(小講義の際に、施設維持費として、500円のご寄附をお願いいたします。)

数学工房 2009年8月18日発行

発行人 桑野耕一

編集人 編集Gr.

(坂口尚文・平田裕一・増田卓)



連絡先

オフィス電話 : 042-495-6632

数学工房連絡専用(携帯) : 08065762691

連絡は極力eメールをご利用下さい。

e-mail : sugakukobo@w5.dion.ne.jp

e-mail : monteverdi2007@ezeb.ne.jp (携帯、緊急用)

ホームページ :

<http://www.sugakukobo.com>

数学工房 教室

〒170-0003

豊島区駒込1-40-4

全国蕎麦製粉会館2F 202-203

数学工房 オフィス

〒204-0023

清瀬市竹丘1-17-26-401

