

Math.

No. 120

www.sugakukobo.com

会報 2016 年 5 月

数学工房

2016 年 夏 卷 頭 言

すっかり緑が色鮮やかになって気持ちの良い季節になりました。もっともこの時期は毎年新学期の準備で新緑を楽しむどころではないのですが。さて、夏学期のお知らせを見ていただければおわかりのとおり、2016年度は解析の基礎講座を大幅に強化しました。非可換環の表現論を例外として解析の基礎講座が入門から中級まで新規開講します。再び気持ちを新たに、今年度も質の高い稽古を提供いたします。

これは私事ですが、私は家事一般、料理も洗濯も掃除もからっきしダメで、「私が先に死んだらどうするの!」と、いつも家人にお小言を言われております。若いころは、自己流であっても、なんでもなんとかできたのにもかかわらずです。この頃はあんなに好きだった登山も準備がおっくうで、すっかりご無沙汰です。なぜこんなになってしまったのだろうと思い返してみると、最初の動作がなかなか出てこない。かつてはそれほど苦労しなかった段取りがスムーズにできなくなっているようです。いったん動き出せばなんとかなるのですが、その結果、やらなくなっていよいよできなくなる。悪循環です。行き当たりばったりで、どこかで合理的な基礎知識と結び付いた基本動作をきちっと身につけることがなかったからでしょうか?

ところで、自分の事を棚に上げて言うのも妙なものですが、数学の力がなかなか向上しない方の様子を見ると、よく似た問題点が見えてきます。やはり、実際に問題に取り組む以前の記号を読み解き、問題を理解するためにイメージ図を書いたり、対偶をとったり、量的なものを質的なものに転換したり、質的なものを量的なものに転換したり、あるいは双対命題を作ったり、さらにはもっと構造的な命題としてとらえ直したりといった、初めの動作とそれに続く段取りの手前の段階で動きが取れなくなって、にっちもさっちもいなくなっているように見えます。どうしても対象を御自分の理解の習慣、思考の習慣に無意識に閉じ込めてしまうからでしょう。

このような問題点(出ると負け現象と名付けています。質は違ってもそれぞれの段階で行き当たるものです。)は、それまでの習慣にとどまる限りは、なかなか乗り越えるのが難しいようです。私見では最も有力な解決策としては、どこかで思い立ったときに、行きがかりを捨てて、本気で基礎知識とそれを運用する洗練された型を改めてより高い立場で学び直すこと、標語的に言えば、型の修行を通じて自己の内部のルネッサンスを引き起こすことです。一生数学につきあうつもりの方にとっては、それがいつであっても遅すぎることはありません。このようなことは、やるかやらぬかの問題で、社会的な立場、年齢、学歴等とは無関係です。初めは、数学書が前に比べて読めるようになったとか、自分である程度の問題が解けるようになるとか、そのような程度の変化にあるときふと気付く程度でしょう。それがあるとき、突然、それまでと同じものなのに以前とまったく違う景色が見えて、それまで気付かなかった秩序の全体が立ち現われることがあります。言うほどに簡単ではありませんが、確かにあります!恐らく会員の皆さんの中にもそういう経験をされた方がおられると思います。数学の学びの醍醐味!恐らく、数学が好きな人の一生にとって最も純粋な幸福の瞬間ではありませんか!

数学工房の初級講座は主にそのよう学びの手助けをするために設けた講座です。

2016 年 5 月 数学工房 桑野耕一

夏 学 期 講 座 案 内

2016 年 5 月 ~ 8 月

2016 年夏学期講座は、入門 2 講座、初級 5 講座、初中級 1 講座、中級 1 講座を開講します。

<< 夏学期講座一覧 >>

略号	講座名	講座開始日	レベル
I.A	入門解析教程	5月22日	入門
I.G	確率論の数学的枠組み	7月3日	入門
I.B	複素関数論	7月9日	初級
I.C	代数特論 I 環の表現	5月22日	初級
I.E	Fourier 解析 I	5月15日	初級
E.B	現代ベクトル解析 I	5月28日	初級
G	線型代数特論	7月2日	初級
M.A	函数解析概論	5月15日	初中級
M.B	作用素環と C^* -代数	6月26日	中級

◆ I.A 入門解析教程

2014年から2016年春学期まで6回にわたって初級解析教程として実数の公理論的特徴付けから始めて Fourier 級数の入門までを現代数学の厳密なスタンダードにより扱いました。今回の I.A は対照的に入門解析教程として 17 世紀の無限小解析の始まりから 19 世紀の Cauchy 等による解析の基礎付けまでを、その理論や公式を発見した過去の数学者のアイデアの歴史を考えつつ解析学の根本的な考え方を深めていく講座です。

- (1) イントロダクション
 - 1) 2 項係数
 - 2) 多項式関数
- (2) 無限小解析と実解析関数の発見
- (3) 複素化の力

◆ I.G 確率論の数学的枠組み

春学期はベクトル値確率分布を中心に基本事項と例題を丁寧にやりました。今学期はいよいよ期待値積分に入ります。分布のオペレーション等の見かけ上の複雑さは、ある確率変数から誘導された分布だからで、そのような難点は理念的な Symbolic な積分を導入することにより解消することができます。導入された Symbolic な積分を基礎に種々の特性量、さらに特性関数が導入されます。

- (1) 期待値積分とその諸性質
- (2) Symbolic 積分と期待値
- (3) 期待値から誘導される基本的な諸量

◆ I.B 複素関数論

春学期では複素対数関数とホモトピーを扱いました。前回までの中心は複素平面上の微分形式の理論でした。今回は Cauchy の方法による正則関数論と基本的な応用です。路のチェインは正則関数の線型空間上の線型形式の部分空間として導入されます。それから作られる商空間として路のコホモロジーが実現されます。

< 1 > Cauchy 理論 I

- (1) 積分定理、積分公式
- (2) Cauchy-Taylor の表現定理
- (3) 連続定理、一致の定理
- (4) Cauchy 理論のいくつかの帰結、Liouville の定理
- (5) Weierstrass 収束定理

< 2 > Cauchy 理論 II

- (1) index 関数
- (2) 線型形式としての道
- (3) 大域的 Cauchy 理論

◆ I.C 環の表現論

非可換、また単位を含まない場合も考慮した一般の多元環のイデアルの基礎知識と表現論の基礎知識を学ぶことが目的です。ここで環 A の表現とはある線型空間 V 上の線型変換全体の多元環への準同型を言います。同時にこの学びを通して既に学んだこと全体をより一般的な立場から学び直すこととなります。予備知識として線型代数、可換環の基礎知識は期待します。極基本的なことは、例えば服部昭「群とその表現」共立数学講座 18 第 4 章に解説があります。

< 1 > 準備

- (1) イデアルと剰余環についての基本事項
- (2) モジュラーイデアル
- (3) 極小イデアル

< 2 > 環の表現

- (1) 基本概念
- (2) サイクリック表現と既約表現
- (3) 商イデアルと原始イデアル
- (4) 根基

◆ I.E Fourier 解析 I

春学期は古典的な Fourier 解析の理論と若干の応用を扱いました。今期と次期で現代的な Fourier 解析の理論の準備です。アドヴァンストコースは多変数の Fourier 解析の理論と超関数がテーマになります。若干の違いはあると思いますが、垣多高夫「シュワルツ超関数入門」日本評論社をパラレルにやりますので、参考書に指定します。この講座を利用して本書を読むのもよいかもかもしれません。

- (1) Fejer の理論
- (2) Fourier 級数の各点収束、Dirichlet-Jordan の定理
- (3) Fourier 級数の L_2 理論
- (4) Fourier 級数の L_1 理論と Convolution
- (5) Fourier 変換の概念、急減少関数

◆ E.B 現代ベクトル解析 I

Riemann が座標フリーの内在的な方法を提唱してから 170 年余りたちますが、最初の微積分を中心とした解析教程はともかく、ベクトル解析、常微分偏

微分方程式、Fourier 解析等々と続く後期解析教程は十分に現代化されていません。とりわけ応用分野では、200 年ぐらいの時間差のある概念や方法が、それと自覚されぬまま入り混じっています。この講座では首尾一貫して座標フリーの方法で現代的な統一的立場から、上級解析教程を展開します。

- (1) 基本概念
- (2) 多重線型形式、行列式
- (3) 計量ベクトル空間と作用素のクラス

◆ G 線型代数特論、線型写像の構造

ある問題に表れるあらゆる対象を同値関係で分類し標準形を定める。またより単純な基本成分に分解するというのは理論の発展のより高度な洗練された部分と言えるでしょう。無論、行列表現を通じて応用上でも重要です。この中に現れる基本的なアイデアを総合すると環の表現論へと広がっていきます。さらに無限次元の作用素論も、有限次元の構造理論のまねをして構造を定める事が動機でした。(ただそうは問屋がおろさぬ部分が現れる！)

抽象線型代数の復習を兼ねてより高度な応用、また理論の作り方を学んでください。

表現論や作用素環をやる方はそのバックグラウンドとして有用です。

- < 1 > 基本事項のまとめ
- < 2 > シフト不変部分空間と最小多項式
- < 3 > 線型変換の分解
- (1) 可約性、既約性、単純、半単純
- (2) 線型変換の標準形、行列の標準形
- (3) 最小多項式による分解
- (4) Jordan 標準形
- (5) 例

◆ M.A 関数解析概論

2015 年度春学期は主に局所凸空間の一般論を取り扱いました。それに関連して抽象位相 III では Frechet 空間と基本的な例を取り上げました。今学期は、関数解析の最も原理的な道具の一つである Hahn-Banach の定理と Duality について丁寧に理解していきましょう。Duality は極基本的な事に限定します。

- (1) Hahn-Banach の定理の 2 つの表現形式
 - 1) 幾何学的表現
 - 2) 解析的表現
- (2) Hahn-Banach の定理の応用の 3 つの基本的なタイプ
- (3) 演習 Hahn-Banach の定理の使い方
- (4) Duality の基本的な事

◆ M.B 作用素環と C^* -代数

2014 年の夏の集中セミナー以来、通常講座で Hilbert 空間上の作用素の理論の基礎を一通り取り上

げ、また Banach 環の表現も力不足の感がありましたが、一通り一般論を押さえておきました。漸く C^* -代数と作用環の一般論に入ります。入口の部分は比較的取り扱いやすい Murphy の教科書 C^* -Algebras and Operator Theory, Academic Press に沿ってやる予定です。この教科書を御自分で読みとおされる手助けにするのもよいかもしれません。一般位相、代数、関数解析の基礎素養を期待します。

< 1 > Banach 代数とスペクトル理論

- (1) Banach Algebras の基本事項
- (2) スペクトルの初等理論とその帰結
- (3) Gelfand 表現
- (4) Banach 空間上のコンパクト作用素と Fredholm 作用素
- (5) C^* -Algebras と Hilbert 空間上の作用素

<< 夏学期講座詳細日程 >>

月	日	曜日	略号	時間
5	15	日	IE1	11:00 - 13:00
	15	日	MA1	14:00 - 18:00
	22	日	IA1	11:00 - 13:00
	22	日	IC1	14:00 - 18:00
	28	土	EB1	14:00 - 18:00
	29	日	IE2	11:00 - 13:00
	29	日	MA2	14:00 - 18:00
6	5	日	IA2	11:00 - 13:00
	5	日	IC2	14:00 - 18:00
	11	土	EB2	14:00 - 18:00
	12	日	IE3	11:00 - 13:00
	12	日	MA3	14:00 - 18:00
	19	日	IA3	11:00 - 13:00
	19	日	IC3	14:00 - 18:00
	25	土	EB3	14:00 - 18:00
	26	日	IE4	11:00 - 13:00
7	26	日	MB1	14:00 - 18:00
	2	土	G1	14:00 - 18:00
	3	日	IA4	11:00 - 13:00
	3	日	IG1	14:00 - 18:00
	9	土	IB1	14:00 - 18:00
	10	日	IE5	11:00 - 13:00
	10	日	MB2	14:00 - 18:00
	16	土	G2	14:00 - 18:00
17	日	IA5	11:00 - 13:00	
17	日	IG2	14:00 - 18:00	

月	日	曜日	略号	時間
7	23	土	IB2	14:00 - 18:00
	24	日	IE6	11:00 - 13:00
	24	日	MB3	14:00 - 18:00
7	30	土	G3	14:00 - 18:00
	31	日	IA6	11:00 - 13:00
	31	日	IG3	14:00 - 18:00
8	6	土	IB3	14:00 - 18:00

[料金]

通常講座

一括払い ¥32,000 (学割¥25,000)

各回払い 3回のセミナー 1、2回目¥12,000 (学割¥9,000) 3回目¥10,000 (学割¥9,000)

6回のセミナー 1回目¥6,500 (学割¥6,000) 2回目以降¥5,500 (学割¥4,000)

会 員 か ら の メ ッ セ ー ジ

今回は2012年に数学工房の会員になられた吉住周太郎さんに寄稿していただきました。

■自己紹介

会員の吉住周太郎と申します。1974年生まれで今年42歳になります。数学工房には2012年8月頃に入会致しました。職業はITエンジニアです。2014年に3回目の転職をして小売業系の子会社で業務システムの構築を要件定義からプログラミングまで一通り行っています。IT関連にもいろいろありますが、業務システムだとプログラミングも難しいアルゴリズムを使うわけでもなく、数学色が強い仕事ではありません。

■数学との関わり

地方国立大学の数学科に進みましたが、大学数学の難しさに苦しみ、特に最初の1、2年で躓いてしまいサボりがちでまったくの劣等生でした。そのままなんとか4年生になり、ゼミで代数的位相幾何学を専攻した時に、だんだん面白くなってきてもっときちんと理解したい気持ちが強くなり大学院に進みたいと思いました。昔なら修士課程に進めるほどの実力はなかったと思いますが、大学院の受け入れがよくなっていたため運良く実家から通える別の大学に入ることができました。大学院では結び目理論を専攻しましたが、最初の躓きが響きいまだに基礎ができていないと実感しています。これはあとで数学工房に入る動機にもなっています。就職はIT関連で、とにかく激務。また、すぐに新しい技術が登場するので勉強することも多く、数学からは遠ざかっていました。たまに本屋で面白そうな本を見つけて買っても、少し読んで基礎力のなさから途中で線形代数からやりにおさないと、と思ったりして積ん読状態が続きました。

■数学工房と私

基礎力がないと実感しつつ30代も後半になった頃、このまま数学を理解しないのは嫌だと思い、そういえば数学セミナーに数学工房というのが募集してたなと思い出しました。幸い東京に住んでいるので駒込も近いし、思い立ったら吉日と申し込みをして

今に至ります。数学工房は線形代数や解析学のような基礎の基礎を、繰り返し教えていただけるので本当に入会してよかったです。私自身、空手をやっていたこともあり、桑野先生の言う型稽古という概念も好きです。それから、大きな刺激となっているのが会員の皆さんです。講義の途中で質問や板書の間違いのご指摘を聞いて、自分では全然気づいてなくて焦ります。また、演習問題が全然解けないときに、桑野先生が他の人のところで「うん、できてますね」なんて言うのが聞こえると、またすごく焦ります。予習はあまりできないことが多いので、復習をするようにしているのですが、演習で解けなかったり、桑野先生が前期でやりましたねなんて言っても覚えていなかったりして、本当に自分は勉強できているのか悩んだりしています。ところが、面白いことに積ん読状態だった本を読んでもと以前よりずっと読めるんですね。続けて良かったと思います。

■その他や今後

最近のITの進化は激しく、フリーで群の計算ソフトがあったり、クラウドでLaTeXのサービスがあったり、もしかしたら実験数学として自分の脳を補って新しい発見ができるのではないかと期待しています。伝統的な勉強(紙とペン)に加えて、ITを駆使した方法も探してみたいと思っています。数学は一生できるので、これから暇つぶしには困りません。今後も焦ったり悩んだりするとは思いますが気長に勉強してこうと思いますので、桑野先生、皆様よろしくお願いいたします。



写真1：吉住 周太郎さん



入門桑野道場 (第31回)

/// 記 桑野道場師範代 半田伊久太 ///



前回の問題

Ω を空でない集合とし, $\{E_\nu\}_{\nu \in \mathbb{N}}$ を Ω の部分集合からなる可算列とする. このとき以下を示せ.

- $\limsup_\nu E_\nu := \{\omega \in \Omega \mid \text{無限個の}\nu\text{について}\omega \in E_\nu\}$ とするとき, $\limsup_\nu E_\nu = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} \bigcup_{\nu \geq n} E_\nu$ が成り立つ.
- $\liminf_\nu E_\nu := \{\omega \in \Omega \mid \text{ある自然数}\nu_0\text{が存在して}\nu \geq \nu_0\text{ならば}\omega \in E_\nu\}$ とするとき, $\liminf_\nu E_\nu = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \bigcap_{\nu \geq n} E_\nu$ が成り立つ.
- Ω の可算列 $\{E_\nu\}_{\nu \in \mathbb{N}}$ が与えられたとき, 以下の全ての条件を満たす Ω の部分集合からなる可算列 $\{F_\nu\}_{\nu \in \mathbb{N}}$ が存在する.
 - $\{F_\nu\}_{\nu \in \mathbb{N}}$ は互いに素である.
 - 任意の自然数 n に対して $F_n \subset E_n$.
 - 任意の自然数 n に対して $\bigcup_{\nu=1}^n E_\nu = \bigcup_{\nu=1}^n F_\nu$.
 - $\bigcup_{\nu \in \mathbb{N}} E_\nu = \bigcup_{\nu \in \mathbb{N}} F_\nu$.

解答

- $E := \{\omega \in \Omega \mid \text{無限個の}\nu\text{について}\omega \in E_\nu\}$ とおく. $\omega \in E$ ならば狭義単調増加写像 $\tau: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ が存在して $\omega \in E_{\tau(n)}$ ($n \in \mathbb{N}$). $\tau(\nu) \geq \nu$ に注意すると $\omega \in E_{\tau(n)} \subset \bigcup_{\nu \geq n} E_\nu$ ($\forall n \in \mathbb{N}$). したがって $\omega \in \bigcap_{n \in \mathbb{N}} \bigcup_{\nu \geq n} E_\nu$. すなわち $E \subset \bigcap_{n \in \mathbb{N}} \bigcup_{\nu \geq n} E_\nu$.
逆に任意の $\omega \in \bigcap_{n \in \mathbb{N}} \bigcup_{\nu \geq n} E_\nu$ をとる. 特に $n = 1$ のときを考えると $\omega \in \bigcup_{\nu \geq 1} E_\nu$. したがって $\omega \in E_{\tau(1)}$ となる正整数 $\tau(1)$ が存在する.
今, $\tau(1) < \tau(2) < \dots < \tau(k-1)$ かつ $\omega \in E_{\tau(1)}, \dots, \omega \in E_{\tau(k-1)}$ を満たす正整数 $\tau(1), \tau(2), \dots, \tau(k-1)$ が選べたとする. 仮定から $\omega \in \bigcup_{\nu \geq \tau(k-1)+1} E_\nu$. したがって $\tau(k) \geq \tau(k-1) + 1$ かつ $\omega \in E_{\tau(k)}$ となる正整数 $\tau(k)$ が存在する.
以上で帰納的に $\tau(1) < \tau(2) < \dots < \tau(k) < \tau(k+1) < \dots$ が定まり $\omega \in E_{\tau(k)}$ ($k \in \mathbb{N}$) が従う. したがって $\omega \in E$. よって $E = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} \bigcup_{\nu \geq n} E_\nu$.
- $E := \{\omega \in \Omega \mid \text{ある自然数}\nu_0\text{が存在して}\nu \geq \nu_0\text{ならば}\omega \in E_\nu\}$ とおく.
 $\omega \in E \Leftrightarrow$ 自然数 n が存在して $n \leq \nu$ ならば $\omega \in E_\nu \Leftrightarrow$ 自然数 n が存在して $\bigcap_{\nu \geq n} E_\nu \Leftrightarrow \omega \in \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \bigcap_{\nu \geq n} E_\nu$. よって $E = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \bigcap_{\nu \geq n} E_\nu$.
- $F_1 := E_1, F_k := E_k \setminus \bigcup_{\nu=1}^{k-1} E_\nu$ ($k \geq 2$) とする. (a), (b) は F_k の作り方よりよい.
(c) を示す.
(b) より $F_\nu \subset E_\nu$ ($1 \leq \nu \leq n$). よって $\bigcup_{\nu=1}^n F_\nu \subset \bigcup_{\nu=1}^n E_\nu$.
逆に任意の $\omega \in \bigcup_{\nu=1}^n E_\nu$ をとる ($\bigcup_{\nu=1}^n E_\nu = \emptyset$ のときは明らかに (c) は成り立つので, $\bigcup_{\nu=1}^n E_\nu \neq \emptyset$ としてよい). $\nu_0 := \min\{\nu \mid 1 \leq \nu \leq n, \omega \in E_\nu\}$ とおく ($\bigcup_{\nu=1}^n E_\nu \neq \emptyset$ より ν_0 は存在する).
 $\omega \in E_{\nu_0}$ かつ $\omega \notin E_\nu$ ($1 \leq \nu < \nu_0$) ならば $\omega \in E_{\nu_0} \setminus \bigcup_{\nu \leq \nu_0-1} E_\nu = F_{\nu_0}$. ただし $\nu_0 = 1$ のときは $\omega \in E_1 = F_1$. したがって $\omega \in F_{\nu_0} \subset \bigcup_{\nu=1}^n F_\nu$. すなわち $\bigcup_{\nu=1}^n E_\nu \subset \bigcup_{\nu=1}^n F_\nu$.
よって (c) が言えた.
次に (d) を示す.
 $F_\nu \subset E_\nu$ より $\bigcup_{\nu \in \mathbb{N}} F_\nu \subset \bigcup_{\nu \in \mathbb{N}} E_\nu$. 逆に $\omega \in \bigcup_{\nu \in \mathbb{N}} E_\nu \Rightarrow$ 自然数 n が存在して $\omega \in E_n \Rightarrow \omega \in \bigcup_{\nu=1}^n E_\nu = \bigcup_{\nu=1}^n F_\nu \subset \bigcup_{\nu \in \mathbb{N}} F_\nu$. すなわち $\omega \in \bigcup_{\nu \in \mathbb{N}} F_\nu$. よって $\bigcup_{\nu \in \mathbb{N}} E_\nu \subset \bigcup_{\nu \in \mathbb{N}} F_\nu$.
(d) が言えた.

集合演算の基本的な問題でしたがいかがでしたでしょうか?

今回の問題

- 複素数平面上に点 z をとり, 3 点 $1, z, z^2$ を頂点とする三角形が鋭角三角形になるための z の条件を求め, 複素数平面上に図示せよ.

2. (a) $0 < r < 1$ となる任意の実数 r をとる. 非負整数 n に対して

$$f_n(x) := \sum_{\nu=0}^n (-1)^\nu x^\nu, f(x) := \frac{1}{1+x} \quad (x \in [-r, r])$$

とする.

このとき関数列 $\{f_n\}_{n \geq 0}$ は閉区間 $[-r, r]$ 上一様収束することを示せ.

(すなわち, $\|f_n - f\|_{[-r, r]} := \sup\{|f_n(x) - f(x)| : x \in [-r, r]\} \rightarrow 0 (n \rightarrow \infty)$ を示せ.)

(b) $\log(1+x) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\nu-1}}{\nu} x^\nu \quad (x \in (-1, 1))$ を示せ.

(c) $|\log(1+x) - x| \leq \frac{|x|^2}{2(1-|x|)} \quad (x \in (-1, 1))$ を示せ.

問題について一言

1. は私がある高校生にきかれた問題です. どこかの大学の受験問題らしいのですが, なかなかおもしろい問題なので取り上げてみました. なるべく複素数の特性を活かした解答を期待します.
2. は先学期の複素解析で扱われた問題です.

多数の解答をお待ちしております.

宛先と締切

宛先 kuwanodojo@googlegroups.com

締切 2016年7月31日(日)

(郵送される場合は数学工房オフィスまでお願いいたします)

数学工房 2016年5月14日発行
発行人 桑野耕一
編集人 増田卓, 坂口尚文, 半田伊久太
連絡先

オフィス電話: 042-495-6632
数学工房連絡用携帯: 080-6576-2691
連絡は極力 e-メールでお願いします。
e-mail: sugakukobo@w5.dion.ne.jp
e-mail: monteverdi2007@ezweb.ne.jp

公式ホームページ
<http://www.sugakukobo.com/>

数学工房教室
〒170-0003
東京都豊島区駒込 1-40-4
全国蕎麦製粉会館 2F 202・203
数学工房オフィス

〒204-0023
東京都清瀬市竹丘 1-17-26-401

